



Patronato de la Alhambra y Generalife
CONSEJERÍA DE CULTURA

La presente colección bibliográfica digital está sujeta a la legislación española sobre propiedad intelectual.

De acuerdo con lo establecido en la legislación vigente su utilización será exclusivamente con fines de estudio e investigación científica; en consecuencia, no podrán ser objeto de utilización colectiva ni lucrativa ni ser depositada en centros públicos que la destinen a otros fines.

En las citas o referencias a los fondos incluidos en la investigación deberá mencionarse que los mismos proceden de la Biblioteca del Patronato de la Alhambra y Generalife y, además, hacer mención expresa del enlace permanente en Internet.

El investigador que utilice los citados fondos está obligado a hacer donación de un ejemplar a la Biblioteca del Patronato de la Alhambra y Generalife del estudio o trabajo de investigación realizado.

This bibliographic digital collection is subject to Spanish intellectual property Law. In accordance with current legislation, its use is solely for purposes of study and scientific research. Collective use, profit, and deposit of the materials in public centers intended for non-academic or study purposes is expressly prohibited.

Excerpts and references should be cited as being from the Library of the Patronato of the Alhambra and Generalife, and a stable URL should be included in the citation.

We kindly request that a copy of any publications resulting from said research be donated to the Library of the Patronato of the Alhambra and Generalife for the use of future students and researchers.

Biblioteca del Patronato de la Alhambra y Generalife
C / Real de la Alhambra S/N. Edificio Fuente Peña
18009 GRANADA (ESPAÑA)
Tel. (+ 34) 958 027 944
(+ 34) 958 027 945
Fax. (+34) 958 210 235
biblioteca.pag@juntadeandalucia.es

GEOMETRÍA FRACTAL EN LA ALHAMBRA

SILVIA LÓPEZ RODRÍGUEZ • MARÍA DEL ROSARIO LÓPEZ RODRÍGUEZ • CARMEN MARÍA LÓPEZ RODRÍGUEZ • DIEGO JOSÉ LÓPEZ RODRÍGUEZ

FRactal Geometry in the Alhambra

The Spanish-muslim civilization integrated perfectly in its Life's conception, three fundamental dominances as Science, Philosophy and Art. Bearing and continuers of the Hellenic science, knew to conjugate it with their vision of the Creation based on the Koran, whose belief was applied to all the life's areas, being the neuralgic centre from where is organized all the Islamic conception, based fundamentally in which on the apparent multiplicity of what is created beats the Creator, the Only Reality. Throughout this study we will persist in the idea of that the Alhambra's builders if they did not have the certain knowledge of the fractal geometry, we could say that they were intuiting it, or that it were present in their knowledge without be developed and studied such and as today we know it; thus we will see how fundamental precepts in the Koran's philosophy and religion, as they are the relationship of the parts with the whole, the presence of what is identical in what is various, the relationship microcosm-macrocosm...; their abstract vision of what is natural, acquired through the mathematics, the geometry, they are concepts that participate actively in the standards of the current fractal geometry.

La civilización hispanomusulmana integró perfectamente en su concepción de la vida, tres dominios fundamentales como Ciencia, Filosofía y Arte. Portadores y continuadores de la ciencia helenística, supieron conjugarla con su visión de la Creación basada en el Corán, cuya creencia era extrapolada a todos los ámbitos de la vida, siendo el centro neurálgico desde el que se organiza toda la concepción islámica, basada fundamentalmente en que en la aparente multiplicidad de lo creado late la Realidad Única del Creador. A lo largo de este estudio persistiremos en la idea de que los constructores de la Alhambra si no tenían el conocimiento certero de la geometría fractal, podríamos decir que lo intuían, o que estaba presente en sus conocimientos sin estar desarrollada y estudiada tal y como hoy la conocemos; así veremos cómo preceptos fundamentales en la filosofía y religión del Corán, como son la relación de las partes con el todo, la presencia de lo idéntico en lo diverso, la relación microcosmos-macrocosmos...; su visión abstracta de lo natural adquirida a través de las matemáticas, la geometría, son conceptos que participan activamente en las pautas de la actual geometría fractal.

I. INTRODUCCIÓN

«Sabemos que existe una conexión íntima entre Ciencia, Filosofía y Arte» dice Hashim Ibrahim Cabrera (Cabrera 1994), y actualmente estamos seguros de cómo la civilización hispanomu-

sulmana integró perfectamente en su concepción de la vida estos tres dominios. Portadores y continuadores de la ciencia helenística, supieron conjugarla con su visión de la Creación basada en el Corán, cuya creencia fue extrapolada a todos los ámbitos de la vida, siendo el centro neurálgico de

toda la concepción islámica el precepto fundamentado en que, en la aparente multiplicidad de lo creado late la Realidad Única del Creador. De esta Conciencia participó toda la producción artística, científica y filosófica del Islam. Este pensamiento de orden en el caos, de un ente o una ley que rige lo múltiple, nos guía por una senda que nos conduce directamente a la inmanencia de lo que recientemente se ha denominado «fractal», así como nos acerca a la idea cosmológica musulmana del microcosmos en el macrocosmos, presente en la Alhambra como inmediato referente en este estudio.

A lo largo de la Historia del Hombre se ha observado, estudiado e imitado a la Naturaleza, hasta el punto de llegar a ser ésta su más solicitado referente para el desarrollo del conocimiento humano. El hecho de representarla artísticamente estableció todo un sistema de configuración ideológica del Mundo. Llegó un momento en el tránsito de esta Historia de la Investigación, en que la naturaleza no permitía clasificarse en absoluto en puntos, líneas, superficies y cuerpos geométricos simples, ideales como el hombre lo había creído a lo largo de los siglos; sus formas lejos de ser ideales se presentaban imperfectas, rugosas, continentes de una amplia gama de dimensiones intermedias, dimensiones quebradas, una realidad que ya se le escapaba a la regente geometría euclídea. El hombre consiguió distinguir una serie de leyes locales naturales a través de las cuales se organizaba toda la realidad, toda la naturaleza, en un movimiento continuo; su globalidad era causada por un comportamiento local, que se desarrollaba desde dentro hacia fuera.

A comienzos del siglo XX surgió de modo natural la necesidad de explorar la estructura geométrica de conjuntos de puntos de la recta que, aunque insignificantes poseían propiedades geométricas, aritméticas, analíticas, que los convertían en micromundos particulares.

En 1919 Hausdorff construyó la herramienta fundamental para la medición de estos conjuntos peculiares, mediante la introducción de lo que hoy se llama medidas y dimensión de Hausdorff. En los años 20 Besicovitch comenzó a interesarse por las propiedades geométricas de los conjuntos de dimensión Hausdorff. Sus técnicas fueron revelando una teoría matemática de una impre-

sionante riqueza. Se creó así la teoría geométrica de la medida, que más adelante fue explorada y extendida al estudio de otros fractales más generales. Los años 70 están marcados por las intuiciones de Mandelbrot, que fue el primero en atisbar algunas de las posibilidades de aplicación que este campo presentaba y en proponerlas abiertamente en publicaciones de gran divulgación (De Guzmán 1994: 24).

Cuando empleamos la geometría euclidiana para describir las dimensiones de los objetos, matemáticos o reales, asignamos como dimensión topológica el valor cero a un punto en el espacio, uno para el caso de una línea, dos en el de una superficie y tres cuando se trata de volúmenes. Ahora bien tales abstracciones resultan bastante limitadas a efectos de caracterizar la complejidad de muchas de las formas que integran la naturaleza que nos rodea pues una línea sinuosa, cual puede ser el contorno descrito por un río meandri-forme o la sutura craneana que une dos huesos en la cabeza de un vertebrado, tienen una dimensión efectiva que se encuentra comprendida entre uno y dos, intermedia pues entre las asignadas convencionalmente a las líneas y superficies, mientras que una superficie arrugada, como la de un paisaje montañoso o la descrita por las circunvoluciones del cerebro humano, se describe mejor utilizando una dimensión comprendida entre dos y tres, tales dimensiones fraccionadas constituyen la base de una nueva geometría natural, denominada fractal y desarrollada por el matemático francés Benoît B. Mandelbrot, viniendo a expresar el concepto de que una línea densamente replegada sobre sí misma puede llegar a ocupar prácticamente la totalidad de una superficie, mientras que una superficie compleja y recurvada constituye, a todos los efectos, un volumen (de manera similar, un volumen que presente huecos internos, como ocurre en el caso de la copa formada por las hojas de un árbol o el peinado de una afro americano, tendría un valor fraccionario de dimensión comprendido entre dos y tres) (Palmquist 1999: 1-8).

Mandelbrot recurrió al latín, a la palabra «*fractum*» que significa irregular, quebrado o interrumpido, para nombrar una nueva geometría basada en una visión más aproximada de las formas de la naturaleza, palabra que derivó en fractal. El desarro-

llo de la geometría fractal demostró la existencia de una peculiar realidad de lo rugoso en el campo de la naturaleza, a pesar de que hasta entonces se hubiese descrito tan solo como la inexactitud de la realidad.

Existen diferentes tipos de fractales: fractales escalantes (islas y racimos), fractales no escalantes (árboles), fractales imagen de sí mismos (polvos de Cantor), fractales aleatorios estratificados, fractales brownianos fraccionarios, etc. (Mandelbrot 1997). Podríamos decir que algunos de los más comunes que utilizaremos a lo largo de este trabajo serán los fractales autosemejantes, en los que la morfología se genera a partir de la iteración de un iniciador o patrón generatriz que se mantienen constante, como ocurre en el caso de la curva de Von Koch.

En el libro titulado *Arte Fractal*, (Van Den Bomm 1998), Holger van den Boom y Felicidad Romero analizan la curva de Von Koch a través de una variante; en vez de utilizar como base el triángulo (forma de la clásica curva de Von Koch), toman como base el cuadrado, con lo que se adecua perfectamente a nuestro estudio por ser el cuadrado una figura fundamental tanto simbólica como estructural en el ámbito de la decoración de la Alhambra.

La curva de Von Koch, o en nuestro ejemplo una variante, es en la primera generación un simple segmento (paso 1 de la Fig. 1).

En la siguiente generación (paso 2 de la Fig. 1), el segmento se transforma en una estructura que responde a unas condiciones. En este caso, se construirá un triángulo sobre el punto medio del segmento; la base del triángulo se apoyará en dicho segmento.

En cada paso próximo (paso 3 de la Fig. 1) se debe retomar la mencionada estructura completa y sustituir los segmentos S por esa estructura.

La longitud de los lados de ese triángulo es igual que la longitud de los subsegmentos horizontales situados en ambos extremos de su base. Por ello, obtendremos una construcción que contiene tres cuadrados de la misma superficie (paso 4 de la Fig. 1).

Las bases desaparecidas de los triángulos coinciden con la diagonal de los cuadrados (paso 5 de la Fig. 1).

Esta condición se puede completar en un octógono, que proviene de la intersección de dos cua-

drados de la misma medida con un giro de 45°, respectivamente (paso 6 de la Fig. 1).

Nuestra construcción geométrica toma forma a medida que la estructura de los cuadrados grandes se va proyectando en cuadrados más pequeños (en sucesivos pasos) así se obtienen una regla de sustitución: la construcción primera se repite completamente en el interior de cada cuadrado interno a ella (paso 7 de la Fig. 1). Esto se vuelve a repetir para cada uno de los cuadrados internos a la estructura que han surgido de nuevo.

A lo largo de las sucesivas transformaciones, la estructura euclidiana fundamental detalla un contorno estructural curvilíneo fractal conectado (paso 8 de la Fig. 1), y se consigue mediante la repetición homotética. (Van Den Boom 1998).

II. INDICIOS NO GEOMÉTRICOS

Si nos sumergimos y ahondamos en el tiempo, encontramos en Aristóteles lo que podría ser el germen de lo que hoy se denomina geometría fractal, y una interesante alusión al infinito presente en las formas naturales, del que fuera su maestro, Platón; escribe el discípulo de su preceptor en su Libro III de Física: «Platón en cambio piensa [...] que lo infinito está tanto en las cosas sensibles como en las Formas» (Aristóteles: 71). Sin embargo, debemos a Aristóteles el concepto geométrico de Gnomon: «Un gnomon es toda figura cuya yuxtaposición a una figura dada produce una figura resultante semejante a la figura inicial» (Ghyca 1963: 130). Por ejemplo, las porciones sombreadas de la figura 2 (Fig. 2) son los gnomones del triángulo equilátero y del cuadrado. Lo más sorprendente de este concepto es que «...se puede repetir indefinidamente a partir de una figura dada la construcción gnomónica» (Ghyca 1963: 130). ¿No es acaso ésta una característica de los fractales autosemejantes?

De igual modo encontramos algunas alusiones a la relación de las partes con el todo en el concepto antiguo de simetría que dieron Platón y Vitrubio: «Esta *simetría* de Platón (Teéteto) y de Vitrubio (que no tiene ninguna relación con lo que designamos actualmente con este nombre) resulta, pues, del vínculo, de la *conmodulatio* que mediante el prototipo de medida común (el módulo) une todos los elementos entre sí y con el todo, pudiendo este vínculo ser, por lo demás, la

simple conmensurabilidad lineal (siendo todas las dimensiones lineales importantes múltiplos del prototipo), o estar constituido por relaciones funcionales más complejas...» (Ghyca 1978).

Esta visión que tenían los antiguos de proporción, «simetría», nos puede hacer reflexionar sobre el hecho de que lo fractal nos invade hasta el punto de estar constituidos nosotros mismos por esa fractalidad (el pensamiento del hombre puede que siempre haya intuido este concepto ya que el ser humano mismo así como todo lo que le rodea forma parte de esa fractalidad).

Centrándonos en la filosofía del Corán, pensamiento generador de las obras artísticas musulmanas, encontramos importantes relaciones con los principios en los que se sustenta la Geometría Fractal. Hashim Ibrahim en su libro *Islam y Arte Contemporáneo*, reflexiona sobre la idea de que en la base de las genuinas Filosofía, Ciencia y Arte, se encuentran actitudes que han estado presentes en las diversas culturas desde hace ya mucho tiempo. Se pregunta «¿cómo es posible que existan descripciones de la mecánica cuántica en documentos del setecientos, mediciones astronómicas precisas de hace miles de años, cuando se supone que todavía no existían las herramientas que lo harían posible?» (Cabrera 1994: 2).

A lo largo de este estudio persistiremos en la idea de que los constructores de la Alhambra si no tenían el conocimiento certero de la Geometría Fractal, podríamos decir que lo intuían, o que estaba presente en sus conocimientos sin estar desarrollada y estudiada tal y como hoy la conocemos; así veremos cómo preceptos fundamentales en la filosofía y religión del Corán, como son la relación de las partes con el todo, la presencia de lo idéntico en lo diverso, la relación microcosmos-macrocosmos..., su visión abstracta de lo natural adquirida a través de las matemáticas, la geometría, «a través de las leyes que hacen moverse a los átomos y a los planetas» (Gestner 1968, 48p.), son conceptos que participan activamente en las pautas de la actual Geometría Fractal.

Al estudiar la morfología del arte y sobre todo de la decoración en el arte musulmán, encontramos una geometría de líneas curvas (tauriq) con la que se expresa el mundo de la Creación, la exuberante naturaleza, así como de una geometría de líneas rectas (tastir) (Lám. 1). Existe otro concep-

to importante que es el Alif que alude a la línea recta e infinita que es Allah mismo, la Voluntad Creadora, la Unidad en la Multiplicidad, el Infinito en el Uno. Vemos de este modo, que el Universo de las formas puras es el reflejo visual y conceptual en este mundo, de los Atributos y Cualidades Universales reflejadas en la Creación. «Si observamos algunos ejemplos de Tastir, comprobamos que su construcción se desarrolla de afuera hacia dentro buscando un centro inalcanzable, puesto que toda línea material tiene grosor y el punto no tiene dimensión alguna» (Cabrera 1994: 107). En esta afirmación y explicación tan gráfica del Tastir que hace Hashim Ibrahim, podemos observar que en ella subyace el concepto de dimensión quebrada característica de los fractales. Se podría decir que esa línea con grosor del Tastir, estaría entre la dimensión uno y dos, longitud y superficie: «El artista explicita el grosor de la línea, para enfatizar el hecho de que se trata ya de una geometría materializada, devuelta por el Intelecto al mundo sensible. Por ello puede contener color, limitar zonas de color o inducir a otras percepciones. [...] Una forma repetida hasta el infinito, sin asomo de cese, de anécdota, de articulación diferente a ella misma, como si fuese una letanía visual que alcanzara su identidad en la repetición» (Cabrera 1994: 2).

Con estas descripciones del Tastir que Hashim Ibrahim nos proporciona podríamos decir que el Tastir es un objeto de dimensión topológica quebrada que se repite hasta el infinito. Podríamos entonces concluir que tras la sensual y profusa decoración de la Alhambra se muestra subyacente una estructura ordenada, una ley escondida tras lo aparente. Esta intuición o deseo de encontrar orden en el caos quizás fuese el impulso de Mandelbrot decisivo para llegar a la geometría fractal.

El Islam continuó la tradición de la Antigua Grecia. Desde los primeros tiempos, los eruditos islámicos estudiaron a Pitágoras, Euclides y Apolonio, y más tarde a los matemáticos indios y persas. Según describe Matila Ghyca en su libro *Filosofía y Mística del Número*, «la misma palabra Cosmos, inventada por Pitágoras, y que encierra ya la idea de un Universo bien ordenado (a través de los Números) e incluso armoniosamente ordenado por el Creador, el Dios que dispone con arte, y el concepto de armonía con el asocia-

do de simetría, en el sentido antiguo de la palabra, no solo dominaron toda la Cosmología y la Estética platónica, sino también la arquitectura griega, cuyas ideas maestras fueron sugeridas crípticamente por Vitrubio. [...] Del caos, por creación y elección ordenada de “Dios ordenador con arte” (o “Supremo Artesano”), nace el orden (el Cosmos es el Universo Ordenado), el orden se convierte en Armonía, percibida como Armonía consonante con los ritos del alma perfectamente afinada» (Ghyca 1998: 27).

La idea resulta muy sugerente, ya que de un Universo caótico ordenado a través de los números, de leyes numéricas, ¿no podrían haber sido estas leyes numéricas, leyes fractales, dando lugar a una Naturaleza compleja, aparentemente imperfecta, caótica, pero internamente ordenada y definida con esas leyes transparentes? Si podemos responder a esta pregunta con un sí, podemos preguntarnos entonces ¿no es la decoración y estructura de la Alhambra así como de otras obras islámicas un reflejo de la Creación? Y aún inclu-

3, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2 —eje de simetría— 2, 1, 2, 2, 1, 2, 1, 1, 3

III. INDICIOS GEOMÉTRICOS

Hemos visto hasta ahora, los «indicios no geométricos» que apuntaban hacia la teoría de lo fractal, presentes en la concepción ideológica musulmana, pero si nos empeñamos en realizar una investigación más detallada, hallamos igualmente «indicios geométricos» de la fractalidad en el arte hispanomusulmán presente en la Alhambra. Ya apunta Holger Van den Boom (Van den Boom 1998: 67) que «el arte ornamental no es más que un inicio de lo fractal; por ello si vamos a la búsqueda y captura de los fractales, tendremos que empezar por la ornamentación», aún más, nosotros nos centraremos en la ornamentación de la Alhambra, y para ello seguiremos el siguiente esquema:

- ❖ Decoración bidimensional: alicatados.
 - estrellas
 - rosáceas
 - frisos
 - mosaicos
 - lacerías
- ❖ Decoración tridimensional: mocárabes.

so, «el artesano tiene la posibilidad de imitar la obra perfecta del creador si sigue los cánones de la proporción ideal que es, en último extremo, geométrica, numérica, y que es la misma que ordena el cosmos...» (Puerta Vilchez 1997: 197) dicen los Hermanos de la Pureza seguidores de la teoría pitagórica en el mundo musulmán. Ciertamente podríamos encontrar en el arte del Islam vestigios de esta geometría fractal. Como dice Hashim Ibrahim Cabrera «la Matemática viene a corroborar lo que la historia del arte nos ha enseñado en nuestro análisis. La Ciencia, la Historia y el Arte ya no son territorios distintos» (Cabrera 1994: 137).

A pesar de la apariencia a simple vista caótica que parece presentar la disposición de las columnas y arcos en el Patio de los Leones (Lám. 2), casi como si estuviésemos entre los troncos de un bosque, no es sino el resultado de una combinación rítmica consistente en la variación del número de columnillas que cargan los arcos del lado mayor del patio, según la siguiente serie (Cfr. Marçais 1938: 55-71):

Decoración bidimensional: alicatados

Estrellas

Para analizar las estrellas como construcciones fractales, podemos tomar como modelo de construcción recurrente, un ejemplo clásico de la geometría fractal, la curva de Von Koch, que hemos analizado en el capítulo primero o introducción. Nuestra estrella será analizada como una variante de esta curva de Koch; para ello seguiremos el mismo procedimiento de construcción. Tomaremos como ejemplo una de las estrellas presentes en el pavimento del umbral del arco de la derecha de la Sala de las Dos Hermanas (Palacio de los Leones) y en un alicatado de una de las paredes del Salón del Trono (Lám. 3). Su construcción es sencilla. El iniciador es un polígono de 16 lados, el generador (el primer paso de la construcción) se obtiene dividiendo cada lado en 6 segmentos dispuestos de la forma que se indica. La estrella del pavimento sería un momento en el proceso de crecimiento de ese fractal (Fig. 3).

En el mismo pavimento y alicatado podemos encontrar otro fractal, que aunque no tiene que

ver con el diseño de la estrella, forma parte de la construcción del conjunto. Como se ve en el dibujo (Fig. 4) las distancias entre los distintos elementos están relacionadas a través de la iteración fractal del cuadrado donde se inscribe la estrella central de mayor tamaño.

Rosáceas

Si analizamos la ornamentación de la Alhambra, concretamente uno de los alicatados que decoran las paredes del Salón de Embajadores, encontramos ciertas construcciones geométricas u objetos matemáticos llamados rosáceas, cuya característica principal es que poseen un grupo de simetría donde uno de los puntos permanece fijo.

Si estudiamos su forma de construcción geométrica, observamos que resultan rectángulos de proporción áurea.

Si tenemos en cuenta que la construcción de la proporción áurea consiste en dividir un segmento en dos partes de manera que la parte menor se relacione con la mayor del mismo modo que la mayor se relaciona con el segmento completo, y esto se puede repetir infinitamente, podemos ver que responde a las características de los fractales (Fig.5).

Frisos

Podemos considerar un friso como una banda infinita de un plano (Castellano 1993: 39). Por lo general los frisos están compuestos por una estructura primigenia o módulo que se va repitiendo horizontalmente, es decir, presentan una simetría de traslación. Y como hemos visto en la introducción a la geometría fractal, la repetición es una característica de lo fractal. Desde el punto de vista de su dimensión topológica, podemos tomar al friso como un fractal, ya que podríamos estar tentados a darle la dimensión «uno» de una línea puesto que su longitud podemos considerarla infinita mientras que su «altura» es considerablemente reducida. Pero si nos acercamos a él lo percibimos como una superficie, y entonces su dimensión sería «dos». Pero dicha superficie, tras un examen más atento, se nos podría revelar como un objeto tridimensional, cuya dimensión sería «tres». Por lo que realmente podríamos decir que todo depende

de nuestra capacidad de percepción. Es por esto, por lo que podríamos considerar un friso como un elemento de dimensión quebrada (Lám. 4 y Fig. 6).

Mosaicos

El arte musulmán parece haber sentido cierta fascinación por lo cristalino y es curioso que los nazaries utilizaran en sus composiciones cerámicas conocimientos que hoy se han descubierto gracias a la Teoría matemática de Grupos. Hablo del científico ruso Fedorov, que explicó la estructura cristalina de las sustancias a través de 230 grupos de simetría, que posteriormente las Matemáticas los redujeron a 17 en dos dimensiones. Es más, hoy día la Alhambra es el único monumento construido anteriormente a estas teorías que presenta dichas características.

Para descubrir los fractales en los mosaicos, tenemos que encontrar el módulo que se repite y el proceso de repetición y homotecia que ha de realizarse para formar el total, conceptos éstos que también nos llevan a lo fractal. «En ellos hay unidad en la multiplicidad. Es decir, de una unidad llamada tesela básica se obtiene el mosaico, que puede extenderse por todo el plano, hasta el infinito, mediante grupos de isometrías (reflexiones, giros, deslizamientos y traslaciones). La unidad está presente en todas sus partes» (Castellano 1993: 44). (Lám. 5).

Hemos visto anteriormente cómo los «artesanos» pretendían imitar las leyes de la naturaleza, no para copiarla, sino para entender y expresar su esencia y elaborar nuevas formas tan fascinantes como las naturales. De algún modo en los mosaicos se percibe cómo el arte musulmán asumió y entendió el modo de crecimiento de la naturaleza: a partir de una semilla, y siguiendo una ley establecida de crecimiento, se originan las formas y los cuerpos tan sorprendentes como la Naturaleza misma. Así, de este mismo modo, un mosaico, parte de un módulo generador, cuyo movimiento formará un conjunto según una ley que dirigirá ese movimiento.

Existe una variante de la isla de Koch que se debe a W. Gosper, llamada «isla de Gosper», cuyo iniciador es un hexágono y su generador es simétrico respecto del punto medio, pero su característica principal es el «embaldosado», es decir, que

puede cubrir todo el plano, y además es autosemejante. Si observamos uno de los mosaicos de la Alhambra construido a base de «pajaritas», observamos que su comportamiento es el mismo que el de la isla de Gosper. Así pues, cada isla se divide en siete «regiones» relacionadas con el todo por una razón de semejanza. A pesar de que no se puede construir un hexágono mayor yuxtaponiendo varios hexágonos, la isla de Gosper e igualmente la nuestra de pajaritas, se deforma lo suficiente como para permitir esta subdivisión en 7 partes. De modo que el mosaico de pajaritas nazarí resulta ser un embaldosado fractal (Figs. 7 y 8).

Lacerías

La construcción de las lacerías se desarrolla mediante una línea de grosor, o lazo, que a través de un profuso recorrido, tiende a cubrir toda una superficie o paño; de tal modo que en esta línea con grosor estaría presente el concepto de dimensión quebrada, concretamente entre la dimensión 1 y 2, entre la línea y la recta, una forma repetida hasta el infinito. Este tratamiento de la superficie, podemos compararla con la curva de Giuseppe Peano (1858-1932), advirtiéndole que la lacería hispanomusulmana podría tratarse de una variante de la primera.

«Existe una línea que llena el cuadrado. Es decir, existe una curva que no se rompe —de trazo continuo— que pasa por todos y cada uno de los puntos del cuadrado» (Pla 1994: 35).

En nuestro caso, la línea de la lacería, tal y como se dispone en su recorrido por los alicatados, si observamos las intersecciones de unas con otras, están dispuestas de modo que aparentemente no son continuas, se cortan en los bordes en determinados momentos, sin embargo, su construcción, es la misma que la de Giuseppe Peano, siguiendo la teoría de conjuntos, y llenando el cuadrado (Figs. 9, 10 y 11).

Decoración tridimensional

Mocárabes

La decoración de mocárabes está formada por la combinación geométrica de ciertos poliedros acoplados. Se producen sin embargo, a partir de

un diseño de dos dimensiones, basada en la rotación de polígonos regulares en el interior de un círculo. Se podría decir que los mocárabes ofrecen la imagen de una estructura que obedece a leyes geométricas semejantes a la cristalografía, o como dice Henri y Anne Stierlin «se desarrollan de forma tan parecida a una estructura vegetal o a alguna colonia de insectos que adquieren un aspecto orgánico».

El mismo autor continúa diciendo «... asistimos a un fraccionamiento progresivo del espacio, en que el orden se torna tan complejo que acaba por evocar una especie de efervescente caos, que puede adoptar muy diversas formas» (Stierlin 1992: 102). Esta superficie porosa, que se repliega sobre sí misma, dando lugar a numerosas concavidades y convexidades, daría lugar a pensar en cierta tridimensionalidad de estas complejas superficies (teniendo en cuenta claro está, solo la superficie que se descubre a los ojos del espectador, y no como ensamblado de piezas volumétricas). A este respecto podríamos relacionarlos con los fractales de la pirámide de Sierpinsky y los polvos de Cantor.

Pues bien, en las cúpulas de mocárabes podríamos decir que destaca la idea de volumen unitario que se divide en un número virtualmente ilimitado de fragmentos. «Esta fragmentación del espacio presenta analogías con las teorías atomistas profesadas por la mayoría de los filósofos y teólogos del Islam. El universo para ellos, así como la materia, el tiempo y el espacio es un ensamblado de átomos sometido en cada objeto y en cada momento a la voluntad divina de Allah» (A.A.V.V. 2000: 198), por lo que podemos percibir esa fragmentación de volúmenes de las cúpulas de la Sala de las Dos Hermanas y la del Trono, (aunque en esta última no sean los mocárabes los elementos ensamblados), como la manifestación arquitectónica de una concepción del universo. Los trazados muestran la rigurosa estructura que rige esta «imagen del mundo», del mismo modo que las leyes de la astronomía rigen el aparente caos del movimiento de los cuerpos celestes. Estructura y trazado que nos recuerdan al crecimiento orgánico de los fractales evidenciado por su aparente complejidad.

La abundancia de estalactitas de la cúpula de la Sala de las Dos Hermanas y los alvéolos forman un cielo, cuyo centro circular, se transforma en la

periferia en un octógono que iluminan dieciséis ventanas altas y gemelas. Por otra parte, podemos observar el enorme parecido entre los mocárabes de capiteles, alvéolos y pechinas y la representación tridimensional de los Polvos de Cantor (Lám. 6).

IV. BIBLIOGRAFÍA

- ARISTÓTELES, *Física*, Libro III.
- A.A.V.V., *Ornamentación del Islam*, Encuentro, París, 2000.
- CABANELAS, D., *El techo del Salón de Comares. Decoración, policromía, simbolismo y etimología*, Patronato de la Alhambra y Generalife, Granada.
- CASTELLANO, J.; GÁMEZ, D.; PÉREZ, R., *Matemáticas I*, Granada, 1993.
- DE GUZMÁN, M., «Introducción a los procesos geométricos infinitos y a las estructuras fractales», *Epsilon*, 28 (1994), S.A.E.M. THALES, Cádiz.
- EPSILON, Revista, *La Alhambra*, Proyecto Sur de Ediciones, Granada, 1995.
- GESTNER, K., *Las formas del color*, Hermann Blume, Madrid, 1988.
- GHYCA, M.C., *Filosofía y mística del número*, Apostrofe, Barcelona, 1998.
- *El Número de Oro*, Poseidón, Barcelona, 1978.
- *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*, Poseidón, Barcelona, 1983.
- HASHIM IBRAHIM CABRERA, *Islam y Arte Contemporáneo*, Centro de Documentación y Publicaciones Islámicas, Granada, 1994.
- HERNÁNDEZ ROJO, F., *Sistema generativo de composición en la ornamentación geométrica nazarí basados en grupos cromáticos y desarrollados por ordenador*, Universidad de Granada, Granada.
- MANDELBROT, B., *La Geometría fractal de la naturaleza*, Tusquets, Barcelona, 1997.
- NUERE, E., *La carpintería de armar española*, Ministerio de Cultura, Dirección General de Bellas Artes y Archivos, Instituto de Conservación y Restauración de Bienes Culturales, Madrid, 1989.
- PALMQUIST BARRENA, P., «Análisis fractal de las suturas de los cefalópodos ammonoideos», *Rizoma*, 31 (1999), Málaga.
- PÉREZ GÓMEZ, R., «La Alhambra», *Epsilon*, S.A.E.M. THALES, Granada, 1995.
- PLA I CARRERA, J., «Los Fractales», *Epsilon*, 28 (1994), S.A.E.M. THALES, Cádiz.
- PUERTA VILCHEZ, J.M., *Historia del pensamiento estético árabe. Al-Andalus y la Estética Árabe Clásica*, Akal, Madrid, 1997.
- STIERLIN, Henri y Anne, *La Alhambra*, M. Moleiro, Barcelona, 1992.
- VAN DEN BOOM, H. y ROMERO TEJEDOR, F., *Arte fractal. Estética del localismo*, ADI, Barcelona, 1998.

JUNTA DE ANDALUCÍA
CONSEJERÍA DE CULTURA
Patronato de la Alhambra y Generalife

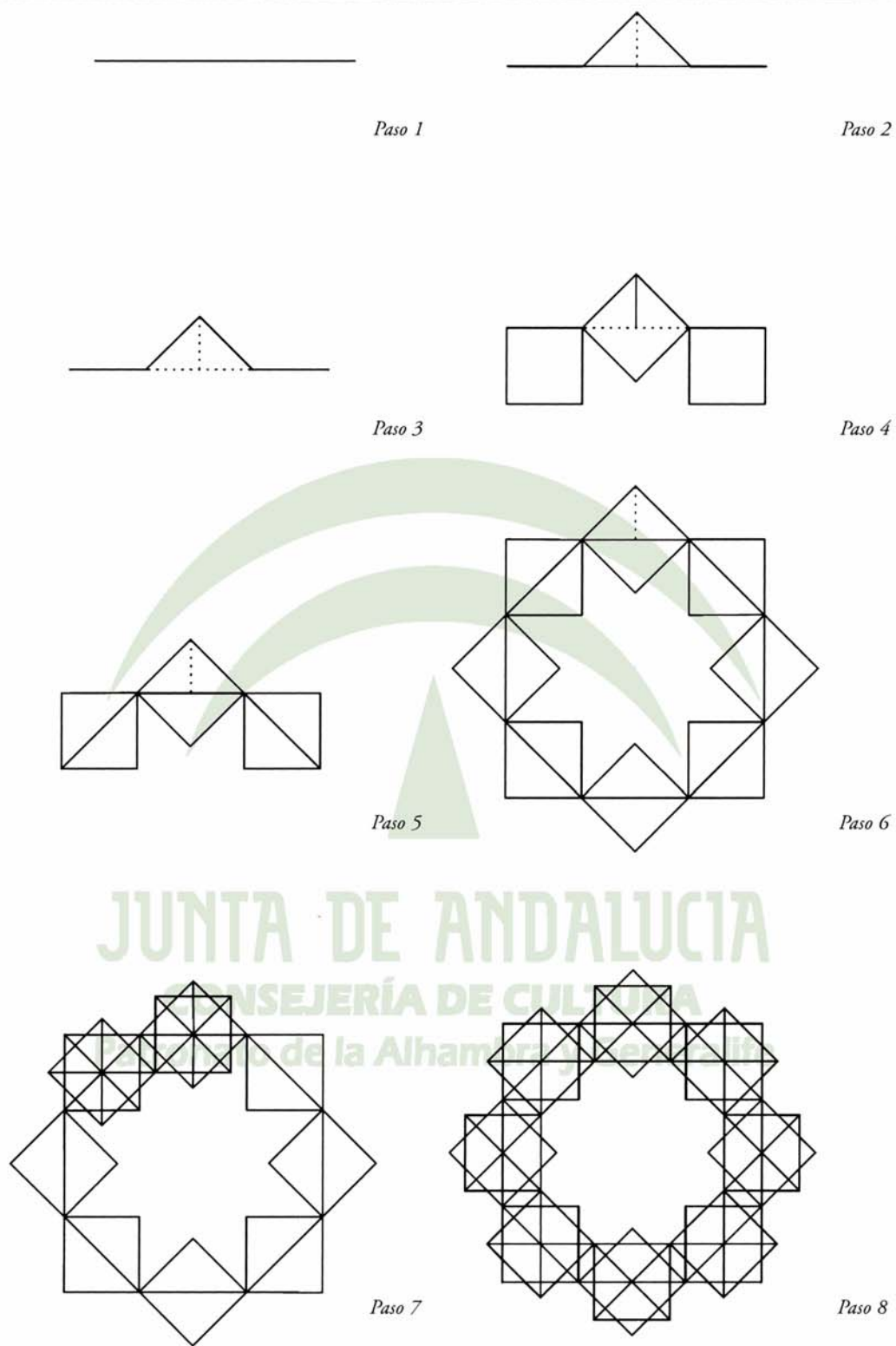
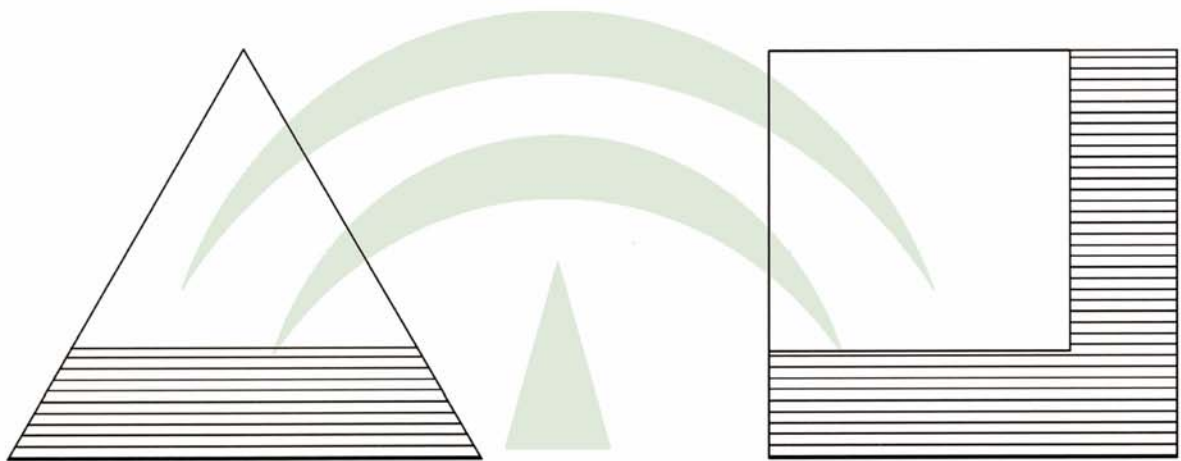
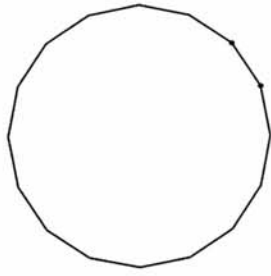


Figura 1. Variante de la Curva de Von Koch, utilizando como base el cuadrado.



JUNTA DE ANDALUCIA
CONSEJERÍA DE CULTURA
Patronato de la Alhambra y Generalife

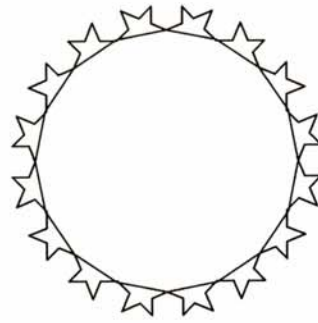
Figura 2. Las porciones sombreadas de las figuras son los gnomones del triángulo equilátero y del cuadrado.



INICIADOR: polígono de 16 lados



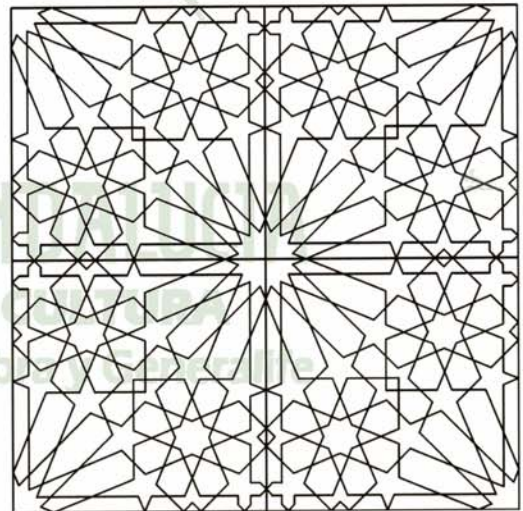
GENERADOR



Primera iteración



Estrella como curva fractal



Diseño del alicatado

Figura 3. Análisis fractal de una estrella.

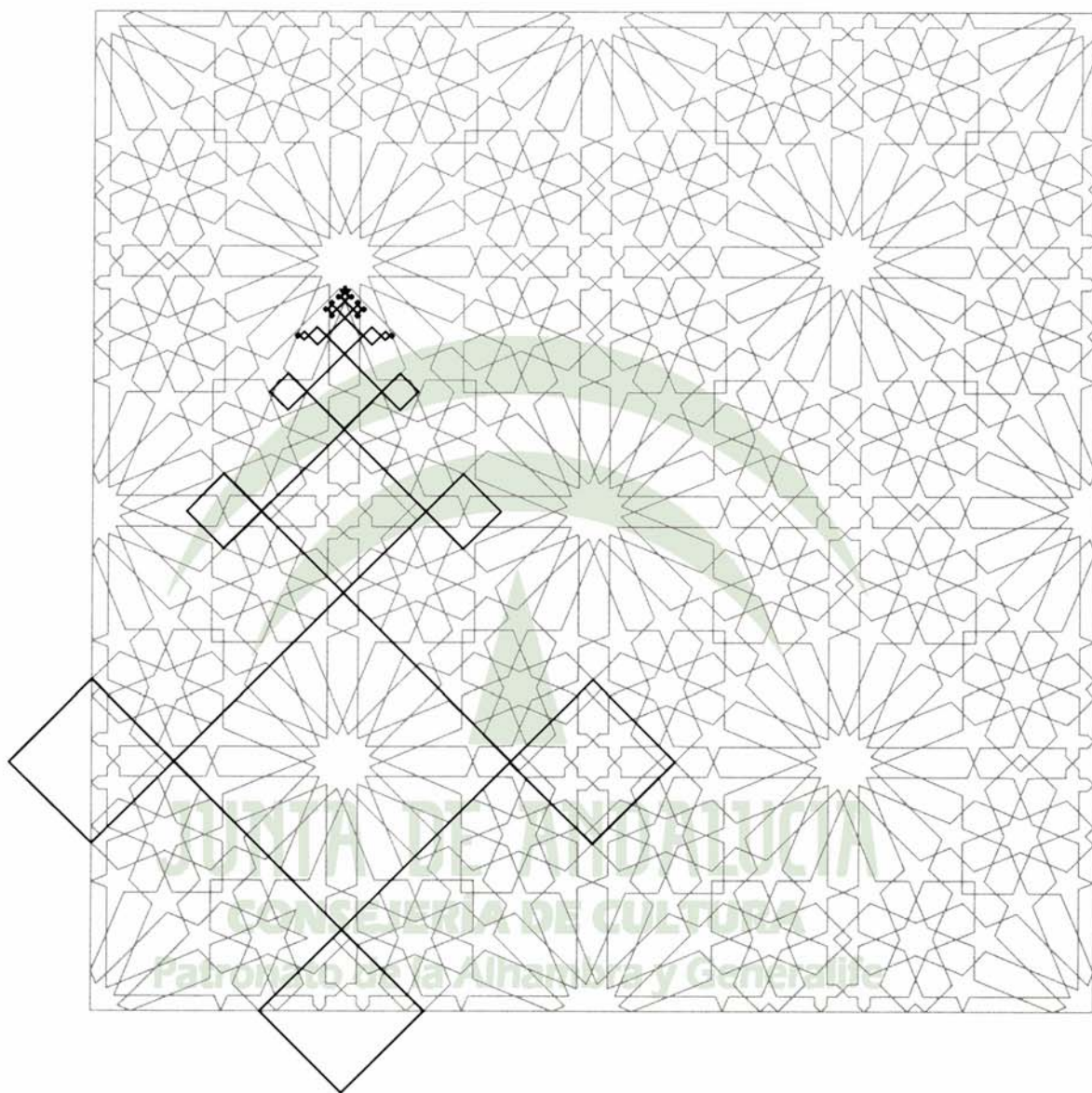
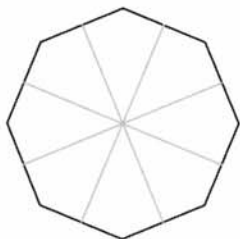
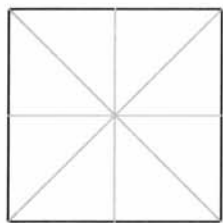
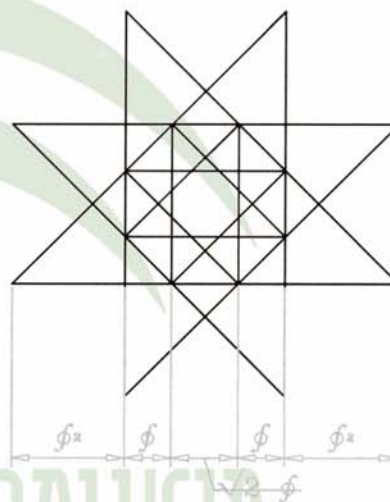


Figura 4. Análisis fractal del alicatado a través de la iteración del cuadrado donde se inscribe la estrella de mayor tamaño.



ROSÁCEAS: grupos diedrales

ROSÁCEAS: grupos cíclicos



LACERÍA del Salón del Trono

Proporciones áureas en la estrella de Lacería

JUNTA DE ANDALUCÍA
CONSEJERÍA DE CULTURA
Patronato de la Alhambra y Generalife



Figura 5. Estudio de rosáceas del alicatado del Salón de Embajadores.



Figura 6. Friso.

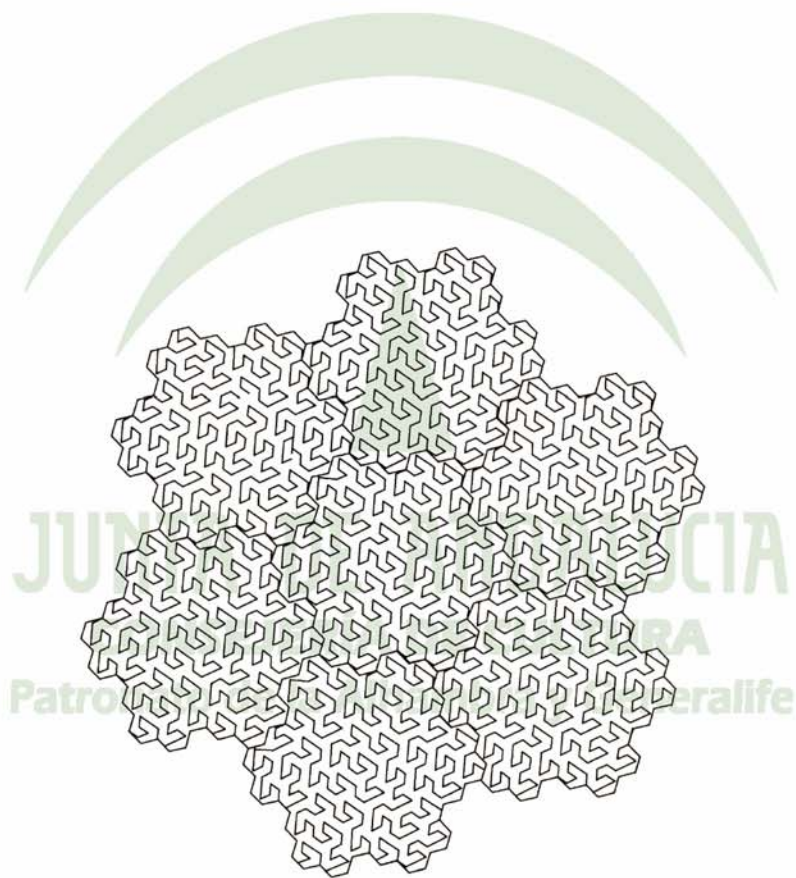
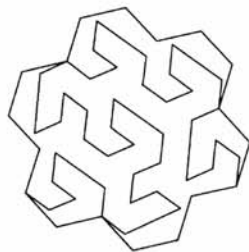
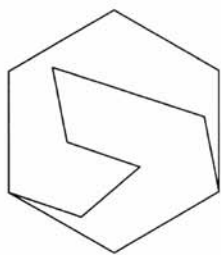


Figura 7. Isla de Gosper.

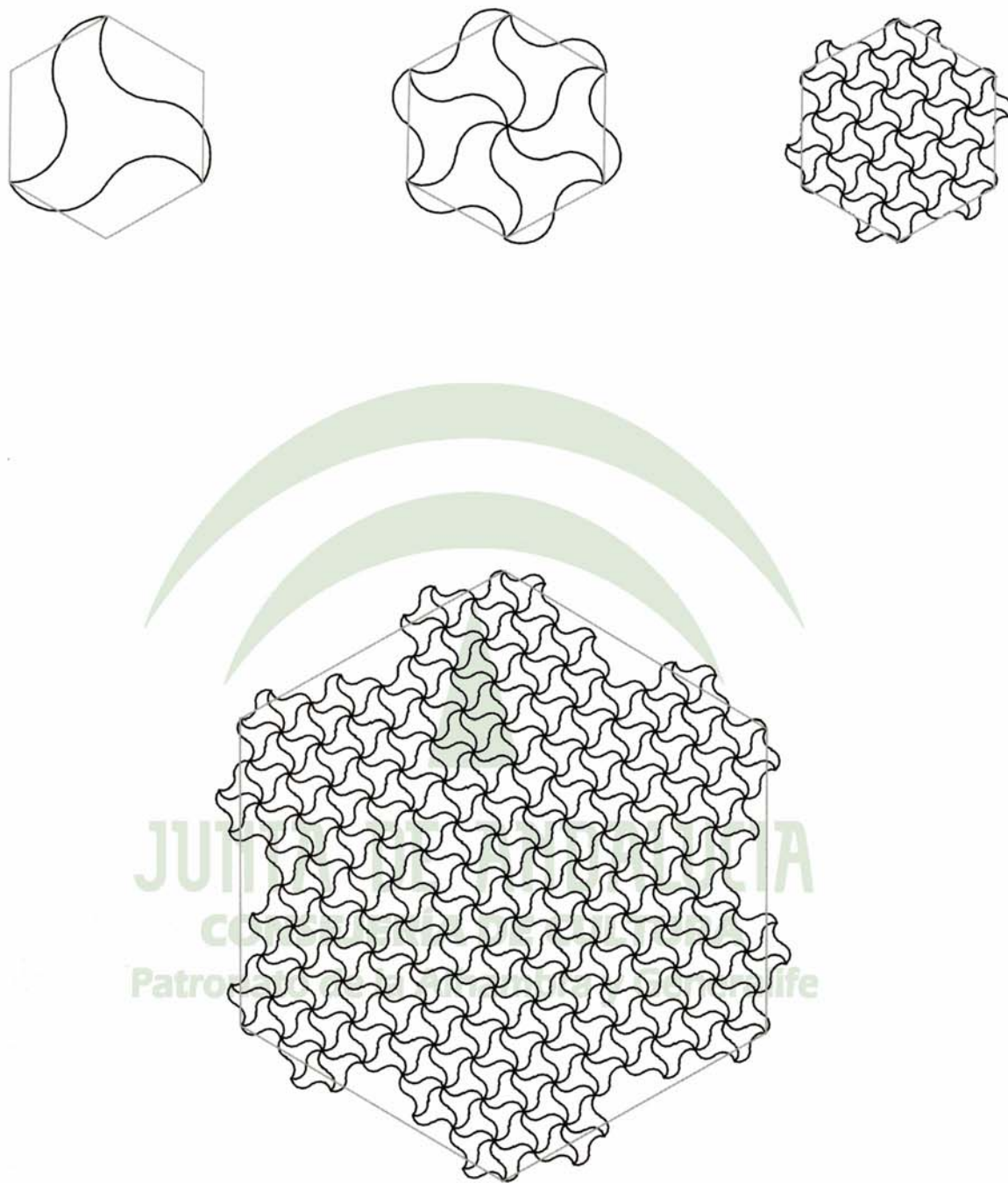
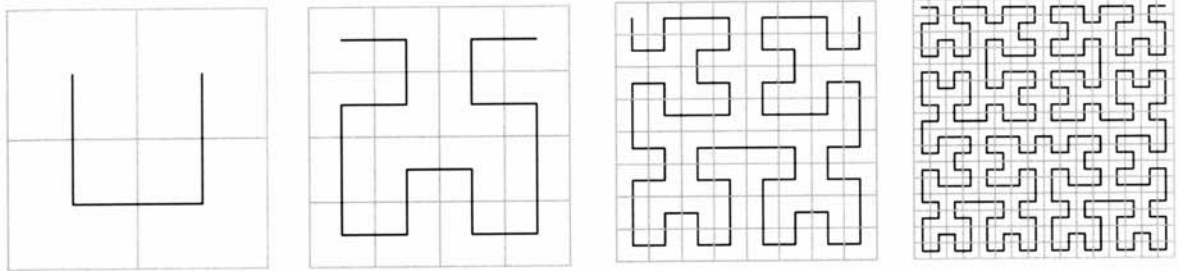
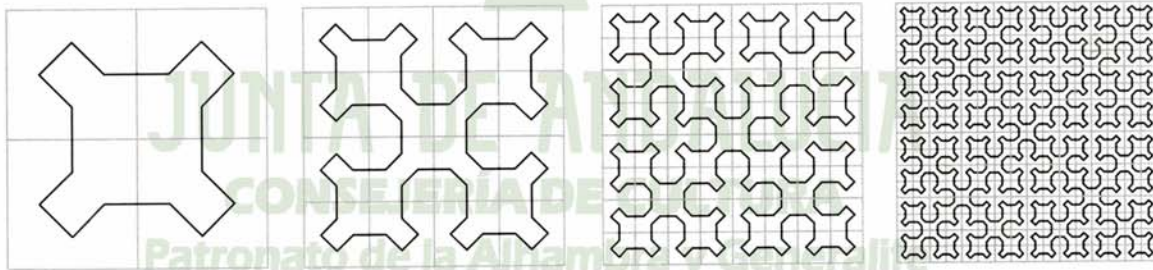
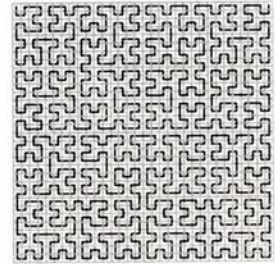


Figura 8. Estadios de la construcción fractal del mosaico de Pajaritas.



CURVA DE PEANO (caso abierto)



CURVA DE PEANO (caso cerrado)

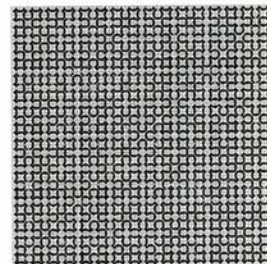
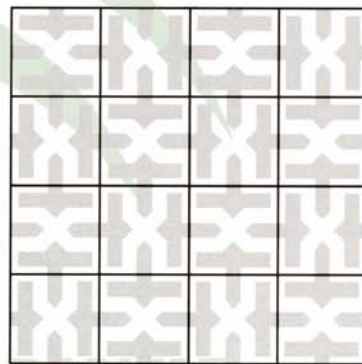
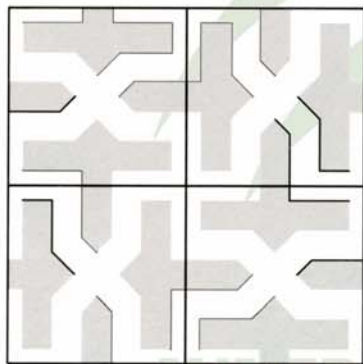
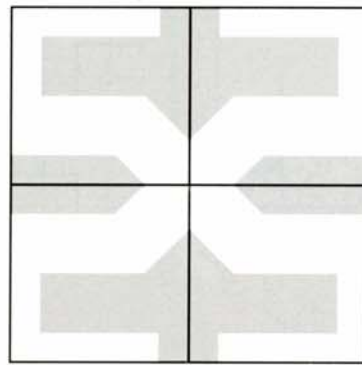
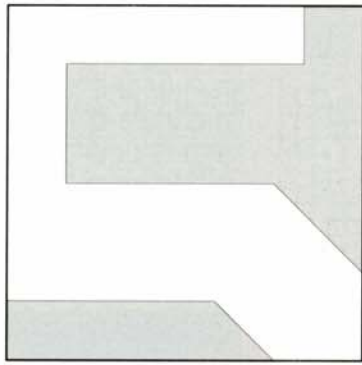


Figura 9. Curva de Peano.



JUNTA DE ANDALUCÍA
CONSEJERÍA DE CULTURA
Patronato de la Alhambra y Generalife

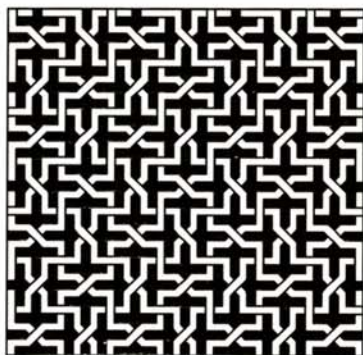


Figura 10. Construcción de una de las lacerías de la Alhambra mediante el método de Giuseppe Peano.

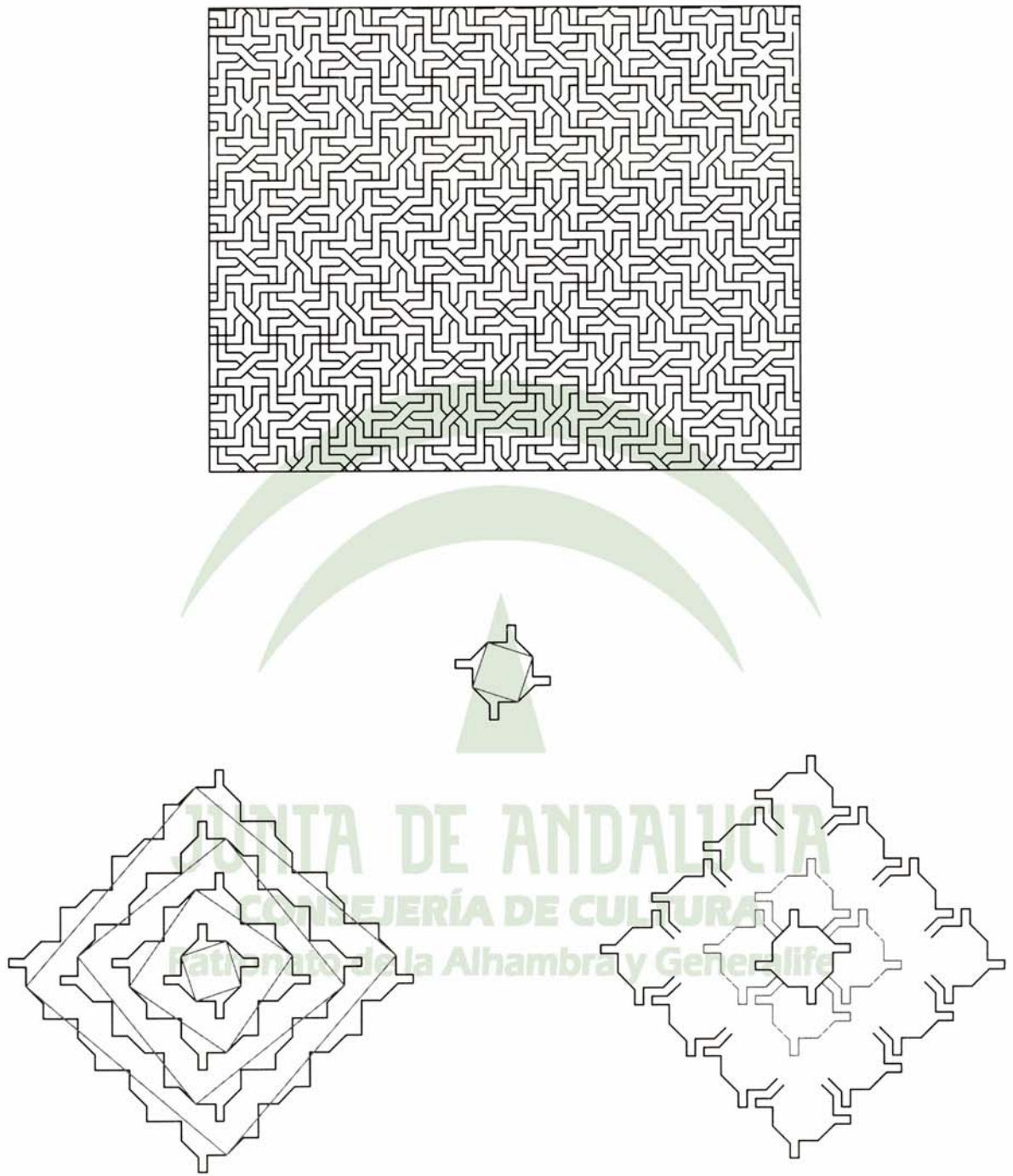
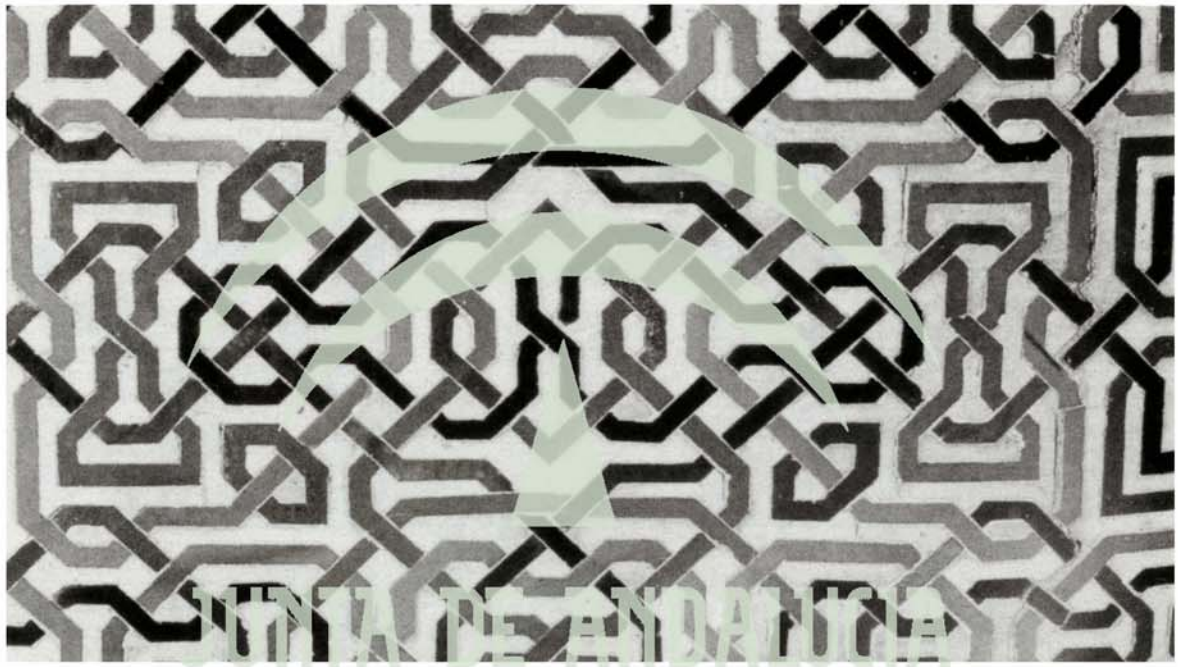


Figura 11. Ejemplo del análisis fractal de lacería partiendo de la iteración de un generador.



JUNTA DE ANDALUCÍA
CONSEJERÍA DE CULTURA
Patronato de la Alhambra y Generalife

Lámina 1. Geometría de las líneas rectas («Tastir»).



JUNTA DE ANDALUCIA
CONSEJERÍA DE CULTURA
Patronato de la Alhambra y Generalife

Lámina 2. Columnas del Patio de los Leones.

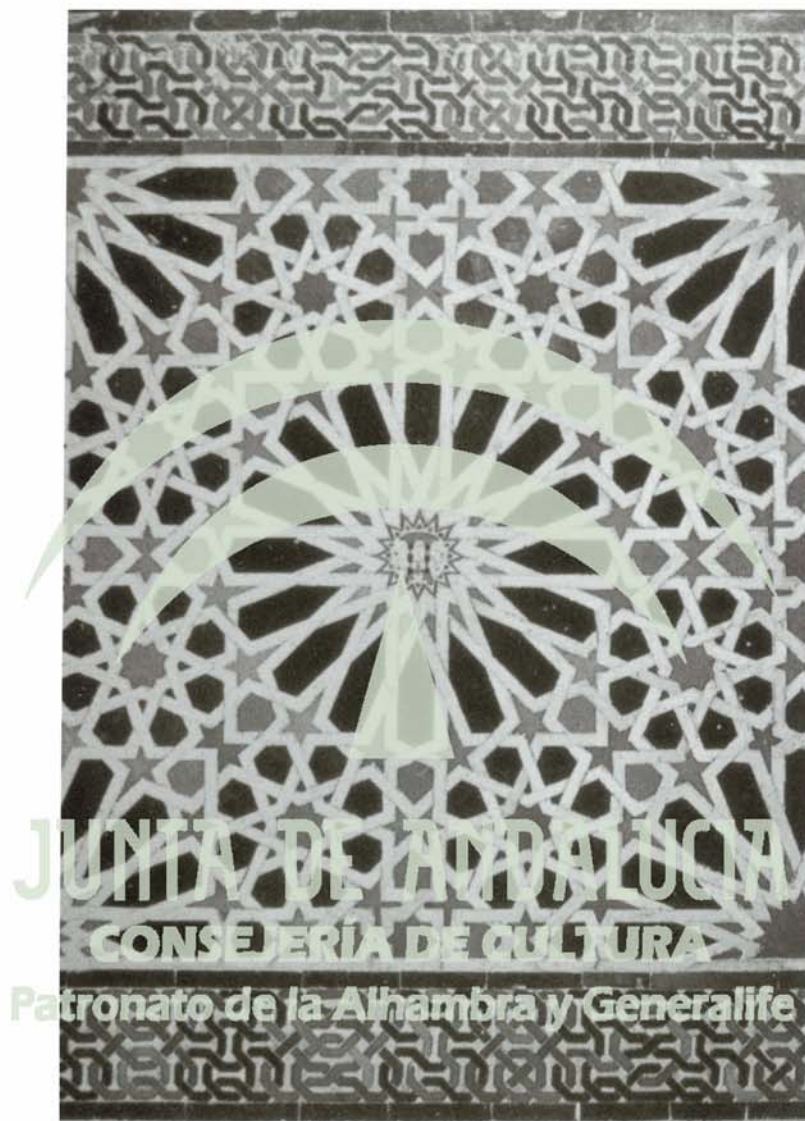


Lámina 3. Alicatado del Salón del Trono.



Lámina 4. Friso del Patio de los Arrayanes.



Lámina 5. Mosaico. La unidad llamada tesela básica se extiende por el plano obteniéndose el mosaico.

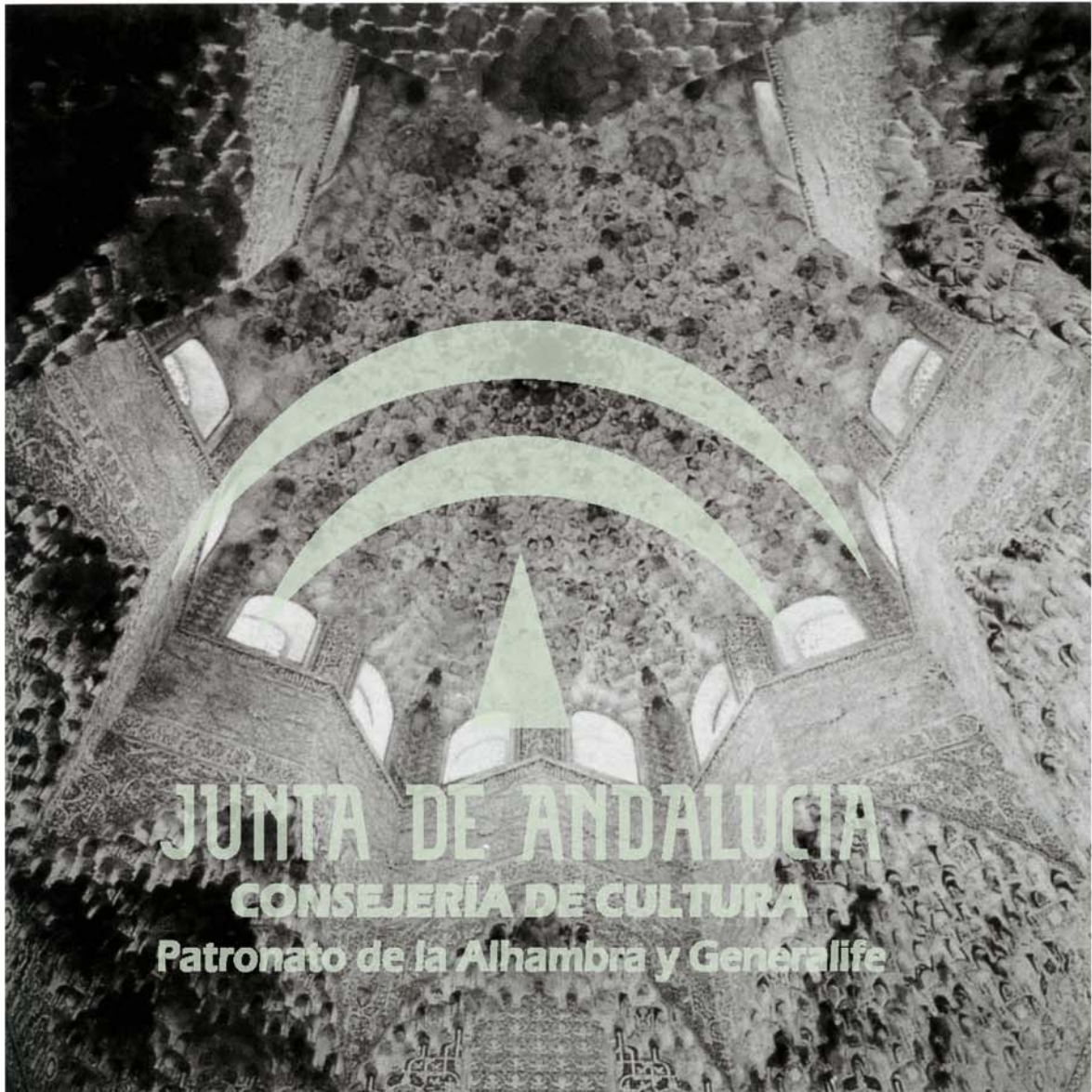


Lámina 6. Cúpula de la Sala de las Dos Hermanas.

